

Viskosität von Öl

1 Lernziele

- Die physikalische Grösse Viskosität kennen lernen.
- Die Viskosität einer Flüssigkeit messen.

2 Theorie

Folgende Begriffe solltest du erklären können:

- Geradlinige gleichförmige Bewegung – beschleunigte Bewegung
- Kräftegleichgewicht – resultierende Kraft
- Auftrieb

Neue Begriffe sind:

- laminare Strömung – turbulente Strömung
- Strömungswiderstand

Wird eine Kugel fallen gelassen, so wird sie aufgrund der Erdanziehung beschleunigt. Wir beschreiben diese Situation mit Newton 2:

$$F = ma \quad (1)$$

wobei F die Gewichtskraft der Kugel ist und m die Masse der Kugel. Im Bild ist diese Situation graphisch dargestellt.

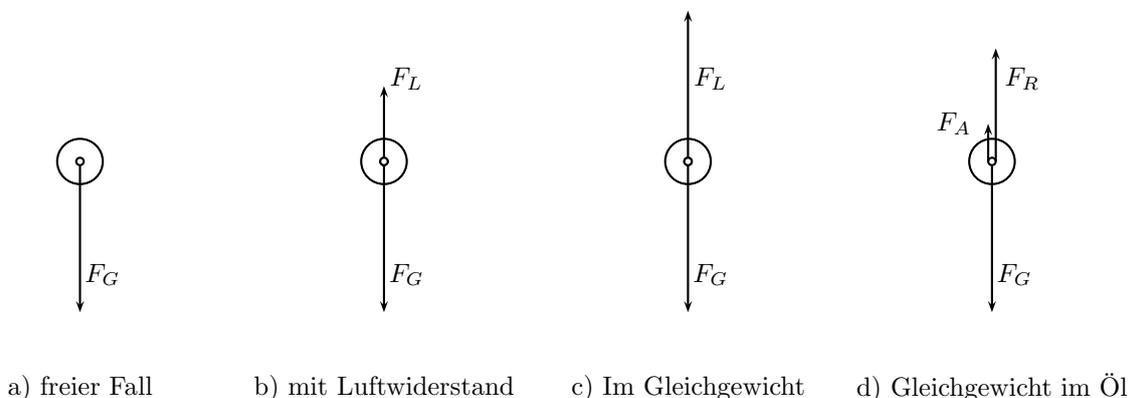


Abbildung 1: Verschieden Situationen beim Fallen einer Kugel

Wenn wir $F_G = ma$ in $F = ma$ einsetzen und nach a auflösen, so erhalten wir $a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Dieses Resultat ist so zu interpretieren, dass die Kugel beschleunigt nach unten fällt und ihre Geschwindigkeit immer grösser wird. Wir sprechen in diesem Zusammenhang auch vom freien Fall. (Skizze a))

Mit zunehmender Geschwindigkeit macht sich jedoch eine bremsende Kraft, der Luftwiderstand, bemerkbar. Skizzen b) und c)

In Flüssigkeiten wird der Fall einer Kugel noch viel stärker durch den sogenannten Strömungswiderstand gebremst. Wir beschreiben diese Situation ebenfalls mit Kräften. Die Bewegung kann in zwei Phasen eingeteilt werden:

1. Phase: die Kugel beschleunigt bis sie im Kräftegleichgewicht ist (Skizze b)
2. Phase: die Kugel ist im Kräftegleichgewicht und gleitet mit konstanter Geschwindigkeit nach unten (Skizze d)).

Die mathematische Beschreibung der 2. Phase geht wie folgt:

$$F_{\text{res}} = 0 \quad (2)$$

oder, die nach unten gerichteten Kräfte sind betragsmässig gleich den nach oben gerichteten Kräften:

Nach unten gerichtete Kraft:

$$F_G = mg \quad (3)$$

Nach oben gerichtete Kraft:

$$F_A = \rho_{\text{Flüssigkeit}} g V_{\text{Körper}} \quad (4)$$

und der Strömungswiderstand

$$F_R = 6\pi\eta r v \quad (5)$$

Auftrieb $F_A = \rho_{Fl} g V_{Fl}$

Der Auftrieb ist eine nach oben gerichtete Kraft, welche einen Körper in einer Flüssigkeit leichter erscheinen lässt.

Die Formel für den Auftrieb lautet: Die Auftriebskraft F_A ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit $m_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g$:

$$F_A = m_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g = \rho_{\text{Flüssigkeit}} \cdot g \cdot V_{\text{verdrängte Flüssigkeit}} \quad (6)$$

Strömungswiderstand $F_R = 6\pi\eta r v$

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen laminarer und turbulenter Strömung.

Für eine laminar umströmte Kugel gilt das Stokes'sche Gesetz: $F_R = 6\pi\eta r v$. Dabei ist η die so-

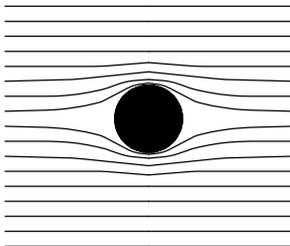


Abb. 2: Laminare Strömung um eine Kugel.

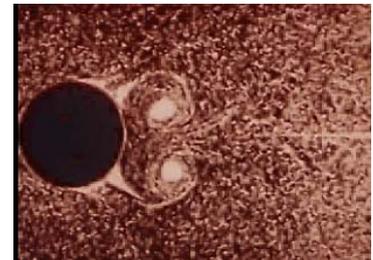
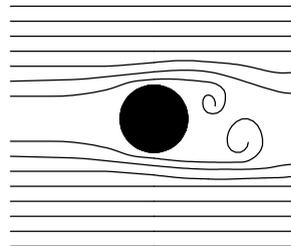


Abb. 3: Turbulente Strömung um eine Kugel. Links schematisch, rechts Originalaufnahme von L. PRANDTL².

nannte Viskosität. Mit der physikalischen Grösse Viskosität wird die Zähflüssigkeit oder innere Reibung einer Flüssigkeit (Fluid) beschrieben. Je grösser die Viskosität, desto dickflüssiger (weniger fließfähig) ist das Fluid; je niedriger die Viskosität, desto dünnflüssiger (fließfähiger) ist es. Den Effekt innerer Reibung kann man sich vereinfacht durch die Bewegung zweier übereinander liegender, verzahnter Molekülschichten vorstellen. Beim Fliesen gleiten die Moleküle aneinander vorbei, und um die Verzahnung zu überwinden, benötigt man eine gewisse Kraft. Den Zusammenhang zwischen dieser Kraft und den Eigenschaften des vorliegenden Fluids definiert die Viskosität.

Die Einheit der Viskosität ist $[\eta] = \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$. Typische Werte für die Viskosität sind:

Flüssigkeit	Viskosität η in Ns/m^2
Wasser (5°C)	0,001'52
Wasser (10°C)	0,001'297
Wasser (20°C)	0,001'00
Wasser (25°C)	0,000'891
Motorenöl (25°C)	$\sim 0,1$
Motorenöl (150°C)	$\sim 0,003$
Blut (37°C)	0,004 bis 0,025
Honig	~ 10

Tabelle 1: Viskosität verschiedener Flüssigkeiten

Messung der Viskosität mit der Kugelfallmethode

Aus Gleichung (2) ergibt sich folgende Beziehung:

$$F_G = F_A + F_R \quad (7)$$

oder eingesetzt:

$$mg = \rho_{\text{Flg}} V + 6\pi\eta r v \quad (8)$$

Wenn man für $V_{\text{Körper}} = V_{\text{Kugel}} = \frac{4\pi}{3}r^3$ einsetzt und für die Masse der Kugel folgende Beziehung benützt:

$m = \rho_{\text{Kugel}} V_{\text{Kugel}} = \rho_{\text{Kugel}} \frac{4\pi}{3}r^3$ erhält man:

$$\rho_{\text{Kugel}} \frac{4\pi}{3}r^3 g = \rho_{\text{Flg}} \frac{4\pi}{3}r^3 + 6\pi\eta r v \quad (9)$$

und nach η aufgelöst:

$$\eta = \frac{2gr^2 (\rho_{\text{Kugel}} - \rho_{\text{Flüssigkeit}})}{9v} \quad (10)$$

und $v = \frac{s}{t}$ eingesetzt:

$$\eta = \frac{2gr^2 (\rho_{\text{Kugel}} - \rho_{\text{Flüssigkeit}}) \cdot t}{9s} \quad (11)$$

3 Fragen zur Theorie

1. Warum beginnt die Messstrecke für die Bestimmung der Geschwindigkeit der Kugel im Öl nicht gleich an der Flüssigkeitsoberfläche?
2. Warum sollte die Kugel in der Mitte des Gefässes fallen gelassen werden?
3. Warum werden nicht grössere Kugeln zur Bestimmung der Viskosität verwendet?

4 Experimente

Messvorrichtung

Zur Messung der Viskosität von Öl wird eine Kugel in einem hohen, mit Öl gefüllten Gefäss fallen gelassen. Aus der Fallstrecke und der Fallzeit lässt sich die Sinkgeschwindigkeit und somit die Viskosität berechnen.

Es müssen folgende Grössen bestimmt werden:

- Erdbeschleunigung: wird hier als konstante bekannte Grösse angenommen, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- Dichte der Flüssigkeit: wird einmal gemessen mit einem Aräometer (Senkwaage), $\rho_F =$
- Dichte der Kugel:
- Radius der Kugel: wird mit einer Schieblehre gemessen.
- Sinkgeschwindigkeit: wird berechnet aus einer Zeit und einer Streckenmessung. Diese Messung wird mehrere Male wiederholt und der Mittelwert der Messung gebildet.

Messwerte

Konstante, respektive nur einmal gemessene Werte

Temperatur des Öls $\vartheta =$ _____

Erdbeschleunigung $g =$ _____

Dichte von Stahl $\rho_K =$ _____

Dichte des Öls $\rho_{Fl} =$ _____

Radius und Geschwindigkeit, Mittelwert mehrer Messungen:

Radius der Kugel $r_1 =$ _____ $\Delta r_1 =$ _____ (geschätzt)

Sinkstrecke $s =$ _____ $\Delta s =$ _____ (geschätzt)

Sinkzeit $t_1 =$ _____

Sinkzeit $t_2 =$ _____

Sinkzeit $t_3 =$ _____

Sinkzeit $t_4 =$ _____

mittlere Sinkzeit $\bar{t} =$ _____ $\Delta \bar{t} =$ _____ (geschätzt)

Viskosität mit Kugel 1 $\eta_1 = \frac{2gr_1^2(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot \bar{t}}{9s} =$ _____ $\Delta \eta_2 =$ _____

neuer Radius und Geschwindigkeit, Mittelwert mehrer Messungen:

Radius der Kugel $r_2 =$ _____ $\Delta r_2 =$ _____ (geschätzt)
Sinkstrecke $s =$ _____ $\Delta s =$ _____ (geschätzt)
Sinkzeit $t_1 =$ _____
Sinkzeit $t_2 =$ _____
Sinkzeit $t_3 =$ _____
Sinkzeit $t_4 =$ _____
mittlere Sinkzeit $\bar{t} =$ _____ $\Delta \bar{t} =$ _____ (geschätzt)
Viskosität mit Kugel 1 $\eta_2 = \frac{2gr_1^2(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot \bar{t}}{9s} =$ _____ $\Delta \eta_2 =$ _____

neuer Radius und Geschwindigkeit, Mittelwert mehrer Messungen:

Radius der Kugel $r_3 =$ _____ $\Delta r_3 =$ _____ (geschätzt)
Sinkstrecke $s =$ _____ $\Delta s =$ _____ (geschätzt)
Sinkzeit $t_1 =$ _____
Sinkzeit $t_2 =$ _____
Sinkzeit $t_3 =$ _____
Sinkzeit $t_4 =$ _____
mittlere Sinkzeit $\bar{t} =$ _____ $\Delta \bar{t} =$ _____ (geschätzt)
Viskosität mit Kugel 1 $\eta_3 = \frac{2gr_1^2(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot \bar{t}}{9s} =$ _____ $\Delta \eta_3 =$ _____

neuer Radius und Geschwindigkeit, Mittelwert mehrer Messungen:

Radius der Kugel $r_4 =$ _____ $\Delta r_4 =$ _____ (geschätzt)
Sinkstrecke $s =$ _____ $\Delta s =$ _____ (geschätzt)
Sinkzeit $t_1 =$ _____
Sinkzeit $t_2 =$ _____
Sinkzeit $t_3 =$ _____
Sinkzeit $t_4 =$ _____
mittlere Sinkzeit $\bar{t} =$ _____ $\Delta \bar{t} =$ _____ (geschätzt)
Viskosität mit Kugel 1 $\eta_4 = \frac{2gr_1^2(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot \bar{t}}{9s} =$ _____ $\Delta \eta_4 =$ _____

Graphische Auswertung

Trage im folgenden Koordinatensystem die Werte für die gemessene Viskosität in Abhängigkeit vom Kugelradius aus.

Wie ist das Resultat zu interpretieren?

